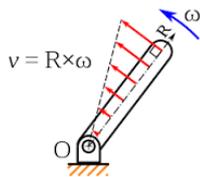


CINEMATIQUE DU POINT

Cas particuliers des mouvements circulaires



1 – MISE EN SITUATION

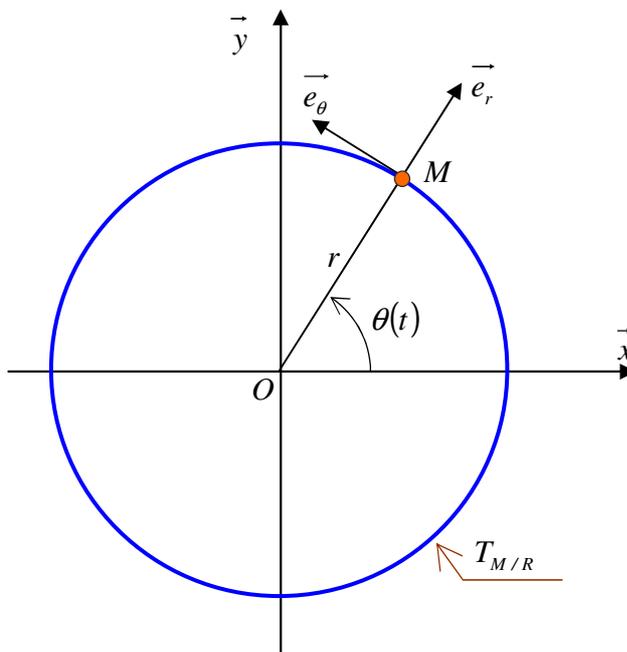
Le mouvement circulaire est caractérisé par un déplacement sur un cercle.

→ **Repérage :**

Compte tenu de la situation, il est ici préférable d'utiliser des coordonnées polaires $M(r, \theta)$:

Pour un mouvement circulaire, le rayon polaire r est constant (il ne varie pas au cours du temps).

Le repère $\mathcal{R}_1(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ tourne à la vitesse $\omega(t)$ par rapport au repère $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}, \vec{y})$.



→ **Vecteur-position :** $\vec{OM} = r \cdot \vec{e}_r$

→ **Vecteur-vitesse :**

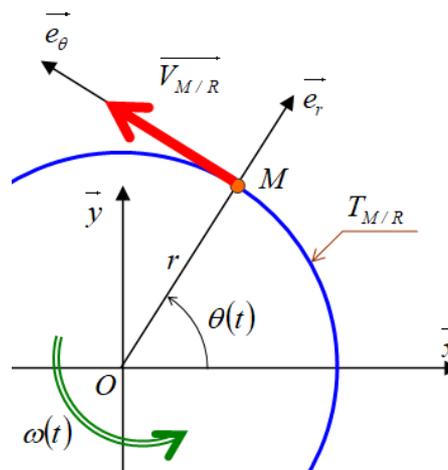
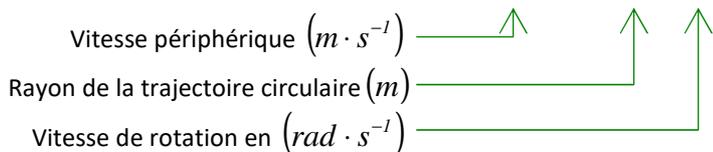
$$\vec{V}_{M/R} = \left(\frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d(r \cdot \vec{e}_r)}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d(r)}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} \cdot \vec{e}_r + r \cdot \left(\frac{d\vec{e}_r}{dt} \right)_{\mathcal{R}_0} = r \cdot \omega(t) \cdot \vec{e}_\theta$$

Conformément aux propriétés du vecteur-vitesse, on voit bien ici qu'il est porté par la tangente à la trajectoire (l'axe \vec{e}_θ).

→ **Vitesse périphérique :**

L'intensité du vecteur-vitesse exprimé ci-dessus donne lieu à une **formule très utilisée** et qu'on peut retenir sous la forme suivante :

$$V = R \cdot \omega$$



Les problèmes font souvent apparaître des vitesses de rotation N en $tr \cdot \text{min}^{-1}$; on rappelle donc que : $\omega = \frac{2\pi \cdot N}{60}$

→ **Vecteur-accélération :**

$$\vec{a}_{M/R} = \left(\frac{d\vec{V}_{M/R}}{dt} \right)_{\mathcal{R}0} = \left(\frac{d(r \cdot \omega(t) \cdot \vec{e}_\theta)}{dt} \right)_{\mathcal{R}0} = r \cdot \omega(t) \cdot \left(\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} \right)_{\mathcal{R}0} + r \cdot \left(\frac{d\omega(t)}{dt} \right)_{\mathcal{R}0} \cdot \vec{e}_\theta = -r \cdot \omega(t)^2 \cdot \vec{e}_r + r \cdot \alpha(t) \cdot \vec{e}_\theta$$

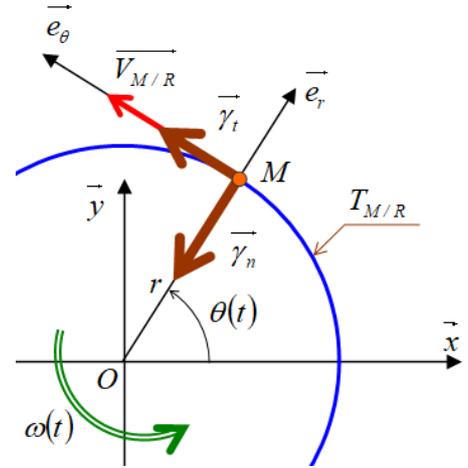
On observe donc la présence de deux composantes pour l'accélération :

⇒ Une composante normale sur l'axe \vec{e}_r : $\gamma_n = -r \cdot \omega(t)^2$

⇒ Une composante tangentielle sur l'axe \vec{e}_θ : $\gamma_t = r \cdot \alpha(t)$

Si il n'y a pas d'accélération angulaire, $\alpha(t) = 0$ et donc $\gamma_t = 0$.

La composante normale γ_n s'appelle **accélération centripète**.



Cas particuliers : d'un point de vue cinématique, le mouvement circulaire donne lieu à deux cas particuliers qu'il faut connaître par cœur (ou être capable de les retrouver, ce qui n'est pas insurmontable en fin de Terminale). On distingue :

⇒ Le **Mouvement Circulaire Uniforme (MCU)**, caractérisé par une **vitesse constante** : $\omega = \omega_0$.

⇒ Le **Mouvement Circulaire Uniformément Varié (MCUV)**, appelé aussi Mouvement circulaire Uniformément Accéléré (**MCUA**) ; il est caractérisé par une **accélération angulaire constante** : $\alpha = \alpha_0$.

2 – MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME (MCU)

Le point M se déplace sur un cercle avec une **vitesse angulaire constante** $\omega(t) = \omega_0$:

→ **Synthèse à connaître par cœur :**

Utile : $\omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$$\text{MCU} \begin{cases} \alpha(t) = 0 \\ \omega(t) = \omega_0 \\ \theta(t) = \omega_0 \cdot t + \theta_0 \end{cases}$$

3 – MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORMEMENT VARIE (MCUV OU MCUA)

Le point M se déplace sur un cercle avec une **accélération angulaire constante** $\alpha(t) = \alpha_0$:

→ **Synthèse à connaître par cœur :**

Utile : $\alpha_0 = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

$$\text{MCUV} \begin{cases} \alpha(t) = \alpha_0 \\ \omega(t) = \alpha_0 \cdot t + \omega_0 \\ \theta(t) = \frac{1}{2} \alpha_0 \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \theta_0 \end{cases}$$